

WISKUNDE voor bedrijfskundigen I-B
Oefeningenbundel

Bachelor of Science in de handelswetenschappen
Schakelprogramma tot Master of Science in de
handelswetenschappen
Universiteit Gent

Academiejaar 2019-2020

Inhoudsopgave

Opgaven	3
3 Differentiaalrekening	3
4 Integraalrekening	9
Oplossingen	15
3 Differentiaalrekening	15
4 Integraalrekening	29
Grafieken van enkele basisfuncties	31
Basisafgeleiden en -integralen	32

Opgaven

Hoofdstuk 3

Differentiaalrekening

Oefening 3.1. Bepaal de afgeleide functie van:

1) $f(x) = 4 + 2x - 3x^2 - 5x^3 + 8x^4$

2) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{5}{x^3}$

3) $f(x) = 2x^{\frac{1}{2}} - 6x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{4}x^{\frac{2}{5}}$

4) $f(x) = \sqrt[3]{3x^2} - \frac{1}{\sqrt{5x}}$

5) $f(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$

6) $f(x) = \tan x^2$

7) $f(x) = x^2 \sin x$

8) $f(x) = \text{Bgsin}(2x - 3)$

9) $f(x) = (x^2 + 4)^2(2x^3 - 1)^3$

10) $f(x) = \frac{\cot x}{x^3}$

11) $f(x) = \sin 3x + \cos\left(\frac{1}{2x+3}\right)$

12) $f(x) = 6x^3(x^5 - 3\sqrt{x})^7$

13) $f(x) = \text{Bgtan } 3x^2$

14) $f(x) = \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

15) $f(x) = \log_2(x(3x^4 - \sin 6x))$

16) $f(x) = \ln \sin(3x - 2)$

17) $f(x) = 7^{6x^3+7x^4}$

18) $f(x) = e^{x^3+\sqrt{x^2-5}}$

19) $f(x) = \log(x^3 + 4x^2)^5$

20) $f(x) = 10^{x^2}$

21) $f(x) = \ln(x+3)^3$

22) $f(x) = \log_a \text{Bgc} \cos(1 - 2x^2)$

23) $f(x) = \frac{\cos^2 x - (\cos^2 x)^2}{\sin^3 x}$

24) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}}$

25) $f(x) = \left(e^{4x^3-3x} - \sqrt{x^5}\right)^7$

26) $f(x) = \left(\cos \sqrt{\frac{x^2-5}{3x^4}}\right)^5$

27) $f(x) = (5x-3)^2 \sqrt[3]{4-x^2}$

28) $f(x) = \sin^5\left(\sqrt{\text{Bgc} \cot(2x+3)}\right)$

29) $f(x) = \frac{e^{3x^{2/3}+5} - e^{4x^3}}{e^{\sqrt{x}}}$

30) $f(x) = \frac{\sqrt{5x+7}}{(2-3x)^3}$

Oefening 3.2. Bepaal de eerste tot en met de vierde afgeleide functie van:

1) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 15x - 7$

2) $f(x) = \sqrt[3]{x^4}$

3) $f(x) = \sin x$

Oefening 3.3. Bepaal de vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van de functie $y = x^3 - 2x^2 + 5$ in het punt met x -coördinaat 2 van die grafiek.

Oefening 3.4. Bepaal telkens de vergelijking(en) van de raaklijn(en) aan de grafiek van de functie $y = f(x)$, die evenwijdig zijn met de rechte L .

1) $f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{10 - x^2}$, $L : y = -\frac{2}{9}x + 3$

2) $f(x) = x^2 + x - 6$, $L : y = -3x$

3) $f(x) = \sqrt{5 - x^2}$, $L : y = -2x - 3$

Oefening 3.5. Bepaal de vergelijking van de raaklijnen aan de cirkel met vergelijking $x^2 + y^2 = 2$, die loodrecht staat op de eerste bissectrice en die de cirkel raakt in het eerste kwadrant.

Oefening 3.6. Ga telkens na of de voorwaarden van de stelling van Lagrange vervuld zijn. Indien ja, zoek de punten c die voldoen aan de conclusie van deze stelling. Stel telkens grafisch voor.

1) $f(x) = x^2 - 6x + 1$ op $[-1, 2]$

2) $g(x) = |x - 3|$ op $[2, 5]$

3) $h(t) = t^{1/3}$ op $[-2, 1]$

4) $p(x) = \sin x$ op $[0, \pi]$

5) $q(u) = u^3 + u^2 - u$ op $[-2, 1]$

Oefening 3.7. Bepaal de volgende limieten indien deze bestaan. Als de limiet niet bestaat, onderzoek dan linker- en rechterlimiet.

1) $\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt{x} - 8}{\sqrt[3]{x} - 4}$

2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt[4]{x} - 1}$

3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x}$ ($m \in \mathbb{R}_0$)

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

5) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cos x - \sin x}{x^3}$

7) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$

8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$

9) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x e^{\frac{x}{2}}}{e^x + x}$

10) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log(1 + e^x)}{x}$

11) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x^2}$

12) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - e^{-x}}{\sin x}$

13) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x - \sin x}$

14) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\log(1 + e^x)}{x}$

15) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$

16) $\lim_{x \rightarrow 0} x \log x$

17) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$

18) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\log(1 + x)}$

19) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \ln x$

20) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - (e^x - e^{-x}) \cos x}{x^4}$

21) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\log(a - x)}{\log(e^a - e^x)} \quad (a \in \mathbb{R})$

22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln(\sin x)}$

23) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 e^x$

24) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log_a x}{\sqrt[3]{x}} \quad (a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\})$

Oefening 3.8. Bepaal de afgeleide functie van:

1) $y = \frac{e^x}{x}$

2) $y = (e^x)^x$

3) $y = x^{e^x}$

4) $y = (e^x)^{e^x}$

5) $y = \ln x^n$

6) $y = (\ln x)^n$

7) $y = \ln(\ln x)$

8) $y = (\ln x)^x$

9) $y = (\cos x)^{1/x}$

10) $y = (1 - 2x)^{x^2}$

11) $y = (\tan x)^{-x+5}$

12) $y = x^{\sqrt{x}}$

13) $y = \frac{e^{5x} \sin(-x)}{\sqrt[3]{2-3x}}$

14) $y = \sqrt{x-2} (x^3 + 2)(3x^4 - 5)$

15) $y = \frac{(5x^2+1)^3}{(x-1)^2(2x+3)}$

16) $y = \frac{\sqrt{2-x^2}}{2+7x}$

Oefening 3.9. Bepaal de lokale extrema van de volgende functies. Als een lokaal extremum een knikpunt is, bepaal dan tevens de hellingen van de linker- en rechterraaklijn in dit punt.

1) $y = \frac{x^3}{x^2 + 11}$

2) $y = \frac{\ln x}{x}$

3) $y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 8}}$

4) $y = x + \frac{1}{x}$

5) $y = 5 - \sqrt[3]{(x-1)^2}$

6) $y = \sqrt{x^3 + 3x^2}$

Oefening 3.10. Bepaal telkens de (globale) extrema van de volgende functies op het vermelde interval I :

1) $y = x^3, \quad I = [-1, 3]$

2) $y = x^3 - 3x + 3, \quad I = [-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}]$

3) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, \quad I = [-1, 5]$

4) $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1, \quad I = [-10, 12]$

Oefening 3.11. Bepaal het domein, de asymptoten, de extrema, de buigpunten, de knikpunten, het verloop van de volgende functies en teken de grafiek.

1) $f(x) = x^3 - 1$

2) $f(x) = \frac{x-1}{2x+3}$

3) $f(x) = \sqrt{x-2}$

4) $f(x) = \frac{2x}{1-2x}$

5) $f(x) = \frac{x^2+2}{1-x^2}$

6) $f(x) = \frac{1}{e^x-2}$

7) $f(x) = xe^x$

8) $f(x) = \frac{x}{e^x}$

9) $f(x) = x + \frac{1}{x}$

10) $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$

11) $f(x) = \frac{e^x}{x}$

12) $f(x) = x \ln x$

13) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$

14) $f(x) = 2e^{x^2-4x}$

Oefening 3.12. Beschouw de opbrengstfunctie:

$$O = 250q + 45q^2 - q^3$$

Gebruik de differentiaal om de verandering in opbrengst te benaderen, wanneer q stijgt van 40 naar 41 eenheden. Vind tevens de exacte verandering in opbrengst.

Oefening 3.13. De vraagvergelijking voor een zeker goed is:

$$p = 20 - \sqrt{q}$$

Gebruik de differentiaal om de prijs te benaderen als er 99 eenheden van het goed gevraagd worden.

Oefening 3.14. Bepaal de elasticiteitsfunctie van:

1) $y = 2x^2(5x-3)$

2) $y = \sqrt[3]{x}$

3) $y = \frac{7-x}{x^2-3}$

4) $y = (x^2+1)^4$

5) $y = \frac{1}{ax^2+bx+c}$

6) $y = \ln(16x^2-3)$

7) $y = e^{\sin(x^2-3)}$

8) $y = x \ln x$

9) $y = \text{Bgtan}(3x^2)$

10) $y = \frac{6-x^2}{\sin x}$

11) $y = 6x^3 - 3x^2 + 4x + 7$

12) $y = x^2(x+3)$

13) $y = \frac{2x^2+6}{x^3}$

14) $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$

15) $y = (3x^5+4x^2)^4$

16) $y = (x^2+4)^2(2x^3-1)^3$

17) $y = \sqrt{x^2 + 6x + 3}$

18) $y = 6x^3(x^5 - 3\sqrt{x})^7$

19) $y = 76x^3 + 7x^4$

20) $y = \tan x^2$

21) $y = x^2 \sin x$

22) $y = e^{x^2}$

23) $y = \ln(\sin x)$

24) $y = \frac{\cos x}{x}$

Oefening 3.15. Bepaal de elasticiteitsfunctie van de functie

$$y = \frac{N}{Ce^{-aNt} + 1} \quad (a, C, N \in \mathbb{R}_0).$$

Oefening 3.16. Bepaal de prijselasticiteit van de vraag als de vraagvergelijking gegeven wordt door

$$q = Cp^a e^{-bp} \quad (a, b, C \in \mathbb{R}_0).$$

Oefening 3.17. De vraagfunctie van een openbaar vervoerbedrijf is gegeven door:

$$q = 2000 \sqrt{90 - p}$$

- 1) Bepaal de prijselasticiteit van deze vraagfunctie.
- 2) Wat is de benaderde relatieve verandering van de vraag bij een prijs van 45 indien deze laatste met 0,5% zou toenemen.
- 3) Zelfde vraag als (2) voor $p = 75$.
- 4) Bereken de waarde van p waarvoor de prijselasticiteit van de vraag gelijk is aan -1 . Interpreteer deze waarde van p .

Oefening 3.18. De vraagvergelijking van een product heeft de vorm:

$$q = a\sqrt{b - cp^2} \quad (a, b, c \in \mathbb{R}_0^+)$$

Bepaal de prijsintervallen waar de vraag respectievelijk elastisch en inelastisch is.

Oefening 3.19. Van een vraagfunctie $q = V(p)$ is geweten dat de raaklijn aan de grafiek in het punt $p = 2$ de vergelijking $q = -\frac{1}{2}p + 11$ heeft. Bepaal de prijselasticiteit van de vraag in $p = 2$.

Oefening 3.20. Er is geweten dat de opbrengstfunctie $O = O(p)$ maximaal is in $p = 10$ met $O(10) = 150$. In welk punt zal de raaklijn aan de grafiek van de vraagfunctie in $p = 10$ de p -as snijden? Bepaal ook de vergelijking van de deze raaklijn.

Oplossingen

infodag UGent

Hoofdstuk 3

Differentiaalrekening

Oefening 3.1.

$$1) f'(x) = 2 - 6x - 15x^2 + 32x^3$$

$$2) f'(x) = -\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3} + \frac{15}{x^4}$$

$$3) f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{1}{10\sqrt[5]{x^3}}$$

$$4) f'(x) = \frac{2\sqrt[3]{3}}{3\sqrt[3]{x}} + \frac{\sqrt{5}}{10\sqrt{x^3}}$$

$$5) f'(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+13}}$$

$$6) f'(x) = \frac{2x}{\cos^2 x^2}$$

$$7) f'(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x$$

$$8) f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1-(2x-3)^2}}$$

$$9) f'(x) = 2x(x^2+4)(13x^3+36x-2)(2x^3-1)^2$$

$$10) f'(x) = -\frac{1}{x^3 \sin^2 x} - \frac{3 \cot x}{x^4}$$

$$11) f'(x) = 3 \cos 3x + \frac{2}{(2x+3)^2} \sin \frac{1}{2x+3}$$

$$12) f'(x) = 3x^2(x^5 - 3\sqrt{x})^6(76x^5 - 39\sqrt{x})$$

$$13) f'(x) = \frac{6x}{1+9x^4}$$

$$14) f'(x) = \frac{x(8-x^2)}{(\sqrt{4-x^2})^3}$$

$$15) f'(x) = \frac{1}{x \ln 2} + \frac{12x^3 - 6 \cos 6x}{(3x^4 - \sin 6x) \ln 2}$$

$$16) f'(x) = 3 \cot(3x-2)$$

$$17) f'(x) = 7^{6x^3+7x^4} (18x^2 + 28x^3) \ln 7$$

$$18) f'(x) = \left(3x^2 + \frac{x}{\sqrt{x^2-5}}\right) e^{x^3+\sqrt{x^2-5}}$$

$$19) f'(x) = \frac{5(3x^2 + 8x)}{(x^3 + 4x^2) \ln 10}$$

$$20) f'(x) = 10^{x^2} (\ln 10) 2x$$

$$21) f'(x) = \frac{3}{x+3}$$

$$22) f'(x) = \frac{4x}{\sqrt{1 - (1 - 2x^2)^2} \operatorname{Bgc} \cos(1 - 2x^2) \ln a}$$

$$23) f'(x) = -\frac{(1 + \sin^2 x) \cos x}{\sin^2 x}$$

$$24) f'(x) = -\frac{x^2 + 1}{2\sqrt{x} (\sqrt{x^2 - 1})^3}$$

$$25) f'(x) = 7 \left(e^{4x^3-3x} - \sqrt{x^5} \right)^6 \left((12x^2 - 3) e^{4x^3-3x} - \frac{5\sqrt{x^3}}{2} \right)$$

$$26) f'(x) = \frac{5}{3} \cos^4 \left(\sqrt{\frac{x^2-5}{3x^4}} \right) \sin \left(\sqrt{\frac{x^2-5}{3x^4}} \right) \frac{\sqrt{3}(x^2-10)}{x^3 \sqrt{x^2-5}}$$

$$27) f'(x) = -\frac{2(5x-3)(20x^2-3x-60)}{3^3 \sqrt{(4-x^2)^2}}$$

$$28) f'(x) = \frac{-5 \sin^4 \left(\sqrt{\operatorname{Bgc} \cot(2x+3)} \right) \cos \left(\sqrt{\operatorname{Bgc} \cot(2x+3)} \right)}{\sqrt{\operatorname{Bgc} \cot(2x+3)} (1 + (2x+3)^2)}$$

$$29) f(x) = e^{3x^{2/3}+5-\sqrt{x}} \left(2x^{-1/3} - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right) - e^{4x^3-\sqrt{x}} \left(12x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x}} \right)$$

$$30) f'(x) = \frac{75x+136}{2\sqrt{5x+7} (3x-2)^4}$$

Oefening 3.2.

$$1) f'(x) = 3x^2 - 10x + 15, \quad f''(x) = 6x - 10, \quad f'''(x) = 6, \quad f^{(4)}(x) = 0$$

$$2) f'(x) = \frac{4}{3}x^{1/3}, \quad f''(x) = \frac{4}{9}x^{-2/3}, \quad f'''(x) = -\frac{8}{27}x^{-5/3}, \quad f^{(4)}(x) = \frac{40}{81}x^{-8/3}$$

$$3) f'(x) = \cos x, \quad f''(x) = -\sin x, \quad f'''(x) = -\cos x, \quad f^{(4)}(x) = \sin x$$

Oefening 3.3.

$$y = 4x - 3$$

Oefening 3.4.

1) $y = -\frac{2}{9}x + \frac{20}{9}$

2) $y = -3x - 10$

3) $y = -2x + 5$

Oefening 3.5.

$y = -x + 2$

Oefening 3.6.1) Voldoet. $c = 1/2$.2) Voldoet niet: g is niet afleidbaar op $]2, 5[$ (meer bepaald, in 3).3) Voldoet niet. h is niet afleidbaar in $] - 2, 1[$, meer bepaald in 0.4) Voldoet. $c = \pi/2$.5) Voldoet. $c_1 = \frac{-1-\sqrt{7}}{3}$, $c_2 = \frac{-1+\sqrt{7}}{3}$.

content

Oefening 3.7.

1) 3

2) $\frac{4}{3}$

3) m

4) $\frac{1}{2}$

5) $\frac{1}{2}$

6) $-\frac{1}{3}$

7) 1

8) 1

9) 0

10) $\frac{1}{\ln 10}$

11) $-\frac{1}{2}$

12) 1

13) 3

14) 0

15) $\frac{3}{e}$

16) $\lim : \text{ / , } LL = \text{ / , } RL = 0$

17) $\frac{1}{2}$

18) $2 \ln 10$

19) $\lim : \text{ / , } LL = \text{ / , } RL = 0$

20) $+\infty$

21) $\lim : \text{ / , } LL = 1, RL = \text{ / }$

22) $\lim : \text{ / , } LL = \text{ / , } RL = \frac{1}{2}$

23) 0

24) 0

Oefening 3.8.

1) $y' = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$

2) $y' = 2xe^{x^2}$

3) $y' = x^{e^x} e^x \left(\ln x + \frac{1}{x} \right)$

4) $y' = (e^x)^{e^x+1} (x+1)$

5) $y' = \frac{n}{x}$

6) $y' = \frac{n(\ln x)^{n-1}}{x}$

7) $y' = \frac{1}{x \ln x}$

8) $y' = (\ln x)^x \left(\ln \ln x + \frac{1}{\ln x} \right)$

9) $y' = -\frac{1}{x^2} (\cos x)^{1/x} (\ln \cos x + x \tan x)$

$$10) y' = 2x(1 - 2x)^{x^2} \left(\ln(1 - 2x) - \frac{x}{1 - 2x} \right)$$

$$11) y' = (\tan x)^{-x+5} \left(-\ln \tan x + \frac{-x+5}{\sin x \cos x} \right)$$

$$12) y' = \frac{x\sqrt{x}}{2\sqrt{x}} (\ln x + 2)$$

$$13) y' = \frac{e^{5x} \sin(-x)}{\sqrt[3]{2-3x}} \left(5 - \cot(-x) + \frac{1}{2-3x} \right)$$

$$14) y' = \sqrt{x-2}(x^3+2)(3x^4-5) \left(\frac{1}{2x-4} + \frac{3x^2}{x^3+2} + \frac{12x^3}{3x^4-5} \right)$$

$$15) y' = \frac{(5x^2+1)^3}{(x-1)^2(2x+3)} \left(\frac{30x}{5x^2+1} - \frac{2}{x-1} - \frac{2}{2x+3} \right)$$

$$16) y' = \frac{\sqrt{2-x^2}}{2+7x} \left(\frac{x}{x^2-2} - \frac{7}{2+7x} \right)$$

Oefening 3.9.

- 1) geen lokale extrema
- 2) lokaal maximum in $x = e$ met functiewaarde e^{-1} ; geen lokaal minimum
- 3) lokaal maximum in $x = 0$ met functiewaarde $\sqrt{2}$; geen lokaal minimum
- 4) lokaal maximum in $x = -1$ met functiewaarde -2
lokaal minimum in $x = 1$ met functiewaarde 2
- 5) lokaal maximum (knikpunt) in $x = 1$ met functiewaarde 5
rico linkerraaklijn: $+\infty$; rico rechterraaklijn: $-\infty$
- 6) lokaal minimum (knikpunt) in $x = 0$ met functiewaarde 0
rico linkerraaklijn: $-\sqrt{3}$; rico rechterraaklijn: $\sqrt{3}$

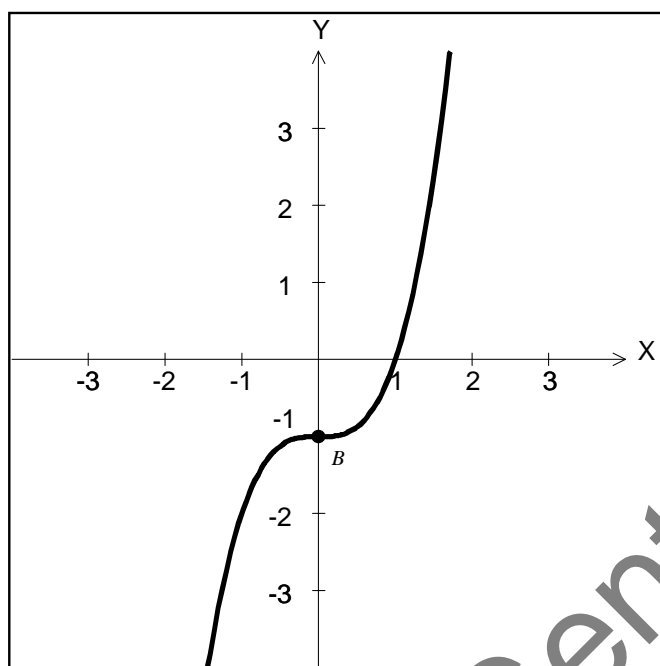
Oefening 3.10.

- 1) maximum in $x = 3$ met waarde 27
minimum in $x = -1$ met waarde -1
- 2) maximum in $x = \frac{5}{2}$ met waarde $\frac{89}{8}$
minimum in $x = 1$ met waarde 1
- 3) maximum in $x = 5$ met waarde 266
minimum in $x = 1$ met waarde -6
- 4) maximum in $x = 12$ met waarde 3745
minimum in $x = -10$ met waarde -1579

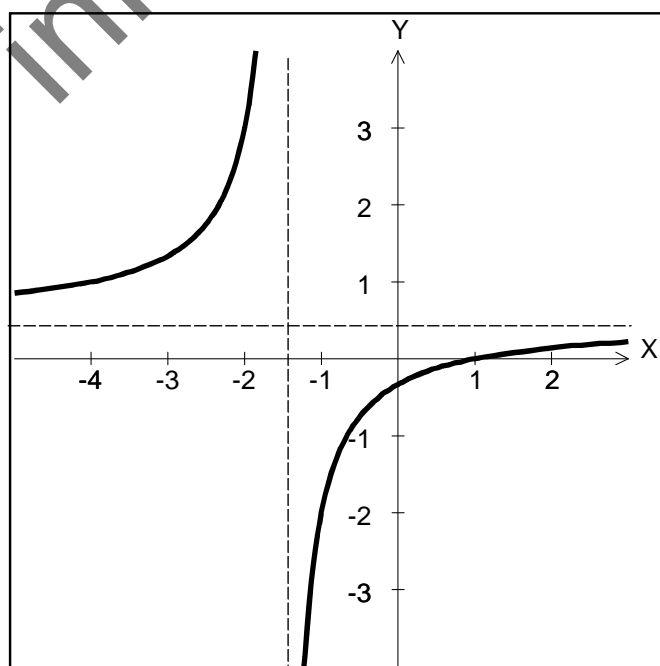
Oefening 3.11.

De lokale minima worden aangeduid met $m(.,.)$, de lokale maxima met $M(.,.)$, de buigpunten met $B(.,.)$ en de knikpunten met $K(.,.)$ (eventueel voorzien van een index indien er meerdere punten van hetzelfde type voorkomen).

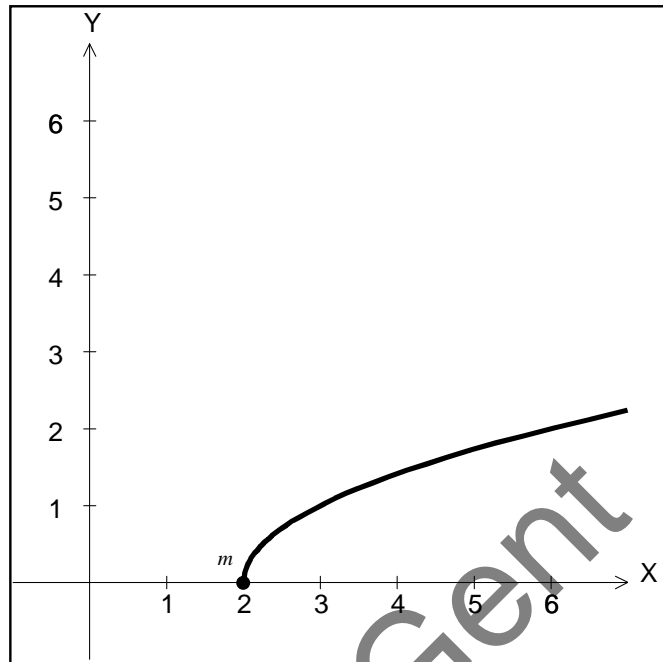
1) $\text{dom } f = \mathbb{R}$; geen asymptoten; $B(0, -1)$; $f'(x) = 3x^2$; $f''(x) = 6x$



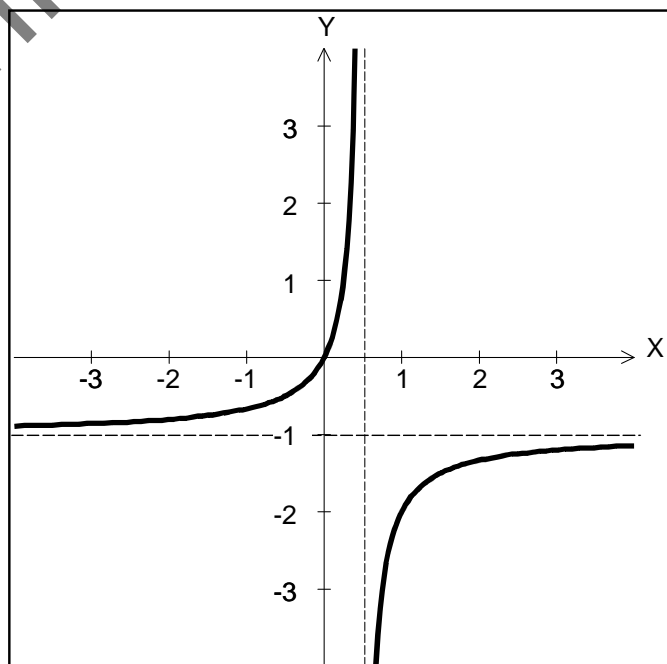
2) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2} \right\}$; V.A. : $x = -\frac{3}{2}$, H.A. : $y = \frac{1}{2}$; $f'(x) = \frac{5}{(2x+3)^2}$;
 $f''(x) = -\frac{20}{(2x+3)^3}$



3) $\text{dom } f = [2, +\infty[$; geen asymptoten; $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-2}}$; $f''(x) = -\frac{1}{4(\sqrt{x-2})^3}$

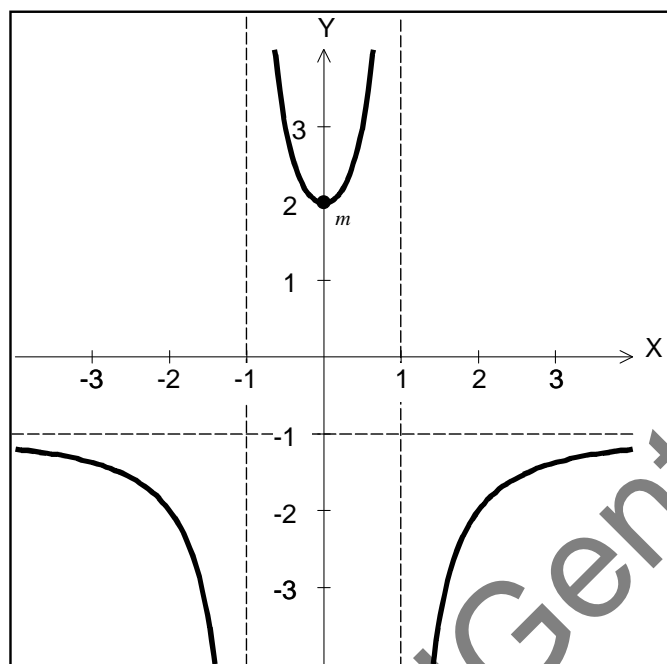


4) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$; V.A. : $x = \frac{1}{2}$, H.A. : $y = -1$; $f'(x) = \frac{2}{(1-2x)^2}$;
 $f''(x) = \frac{8}{(1-2x)^3}$



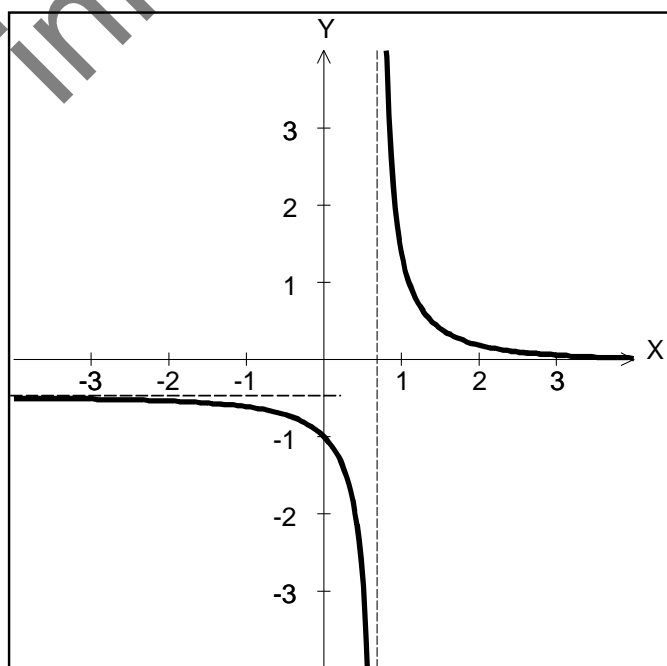
5) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$; V.A. : $x = -1$ en $x = 1$, H.A. : $y = -1$; $m(0, 2)$;

$$f'(x) = \frac{6x}{(1-x^2)^2}; \quad f''(x) = \frac{18x^2+6}{(1-x^2)^3}$$

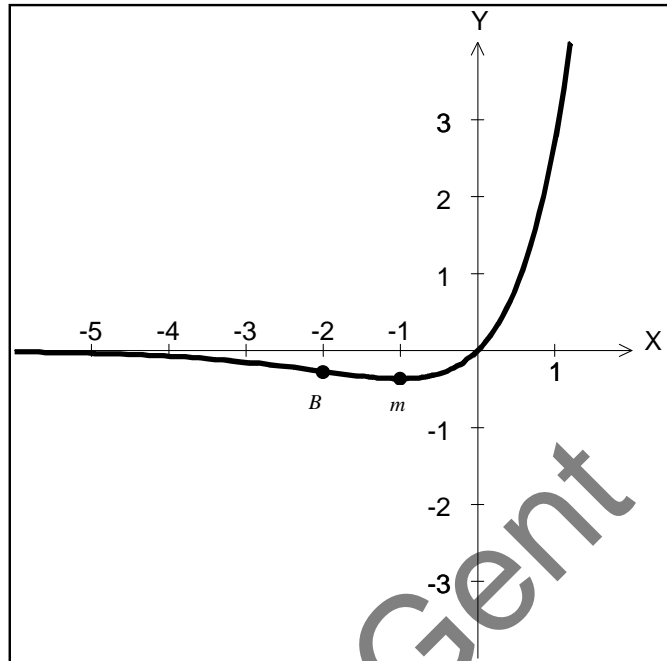


6) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{\ln 2\}$; V.A. : $x = \ln 2$, H.A. : $y = -\frac{1}{2}$ (links) en $y = 0$ (rechts);

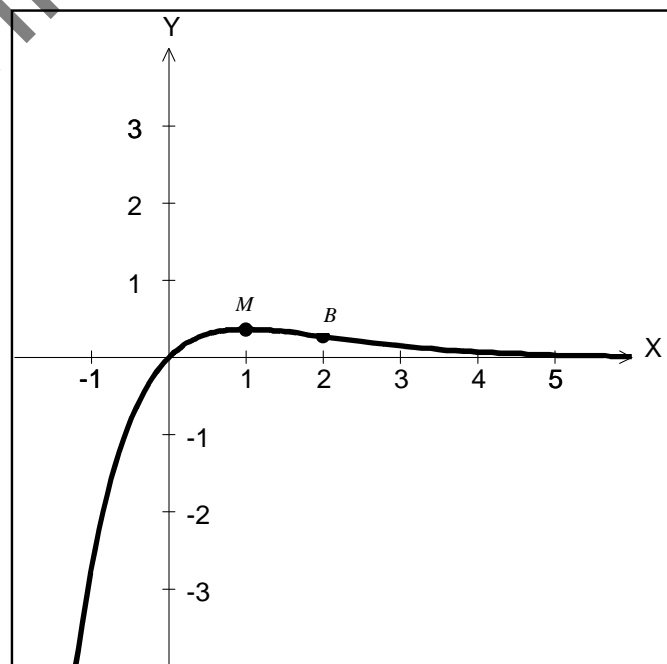
$$f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 2)^2}; \quad f''(x) = \frac{e^x(e^x + 2)}{(e^x - 2)^3}$$



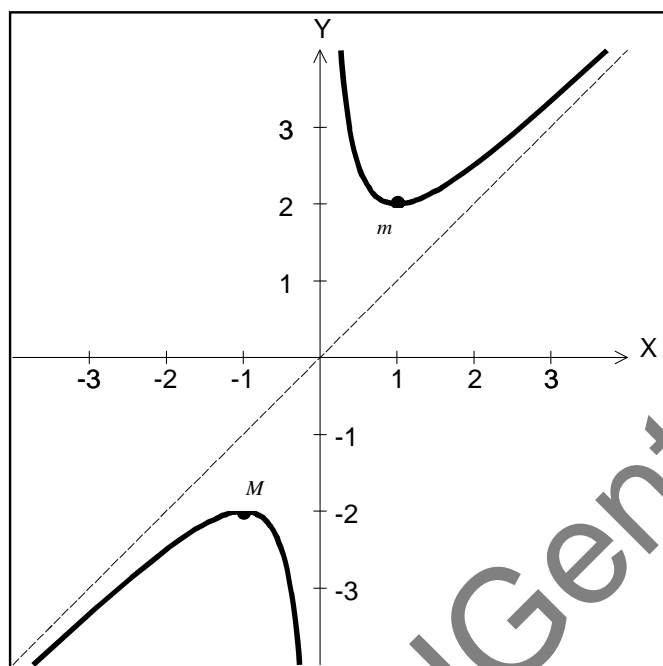
- 7) $\text{dom } f = \mathbb{R}$; H.A. : $y = 0$ (links); $m(-1, -\frac{1}{e})$, $B(-2, -\frac{2}{e^2})$; $f'(x) = e^x(x+1)$;
 $f''(x) = e^x(x+2)$



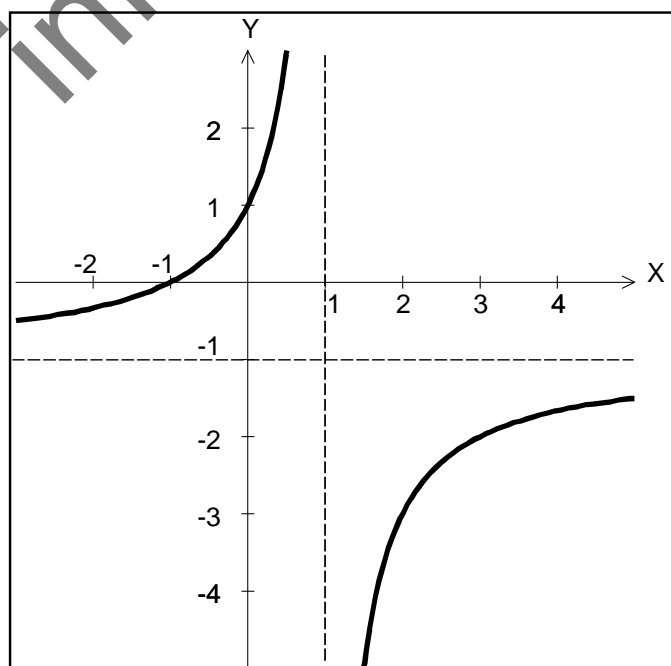
- 8) $\text{dom } f = \mathbb{R}$; H.A. : $y = 0$ (rechts); $M(1, \frac{1}{e})$, $B(2, \frac{2}{e^2})$; $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$;
 $f''(x) = \frac{x-2}{e^x}$



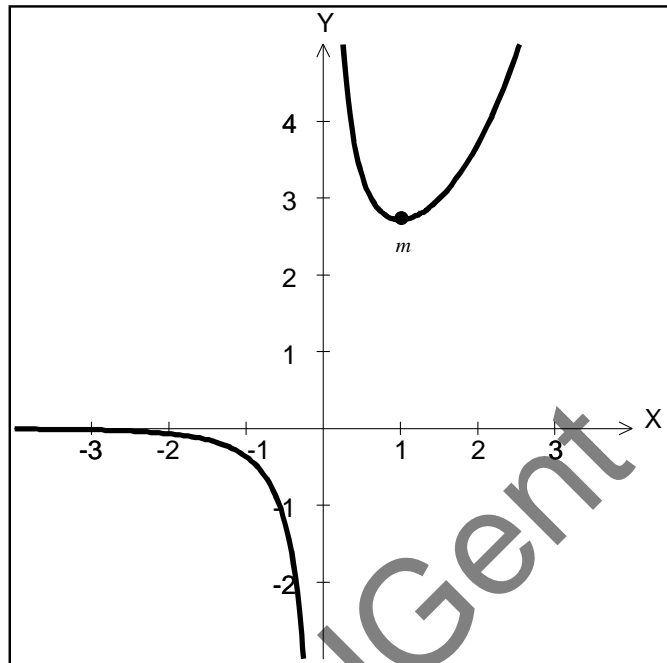
- 9) $\text{dom } f = \mathbb{R}_0$; V.A. : $x = 0$, S.A. : $y = x$; $m(1, 2)$, $M(-1, -2)$; $f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$;
 $f''(x) = \frac{2}{x^3}$



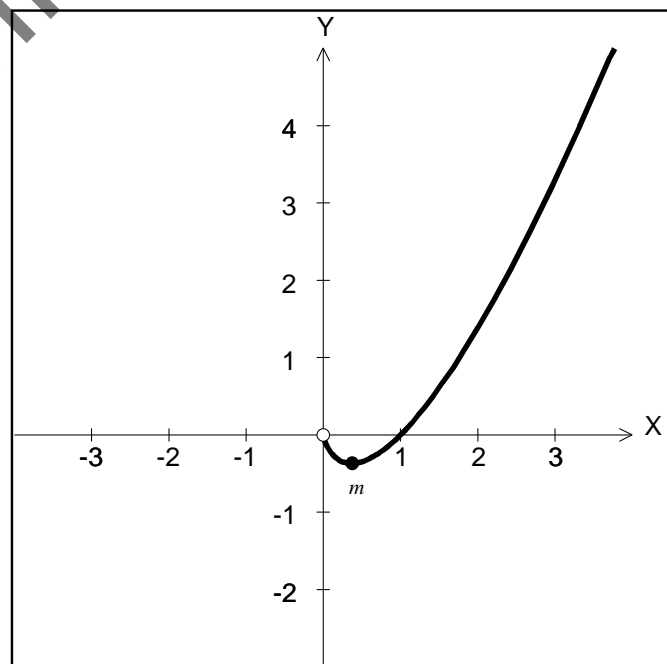
- 10) $\text{dom } f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$; V.A. : $x = 1$, H.A. : $y = -1$; $f'(x) = \frac{2}{(1-x)^2}$;
 $f''(x) = \frac{4}{(1-x)^3}$



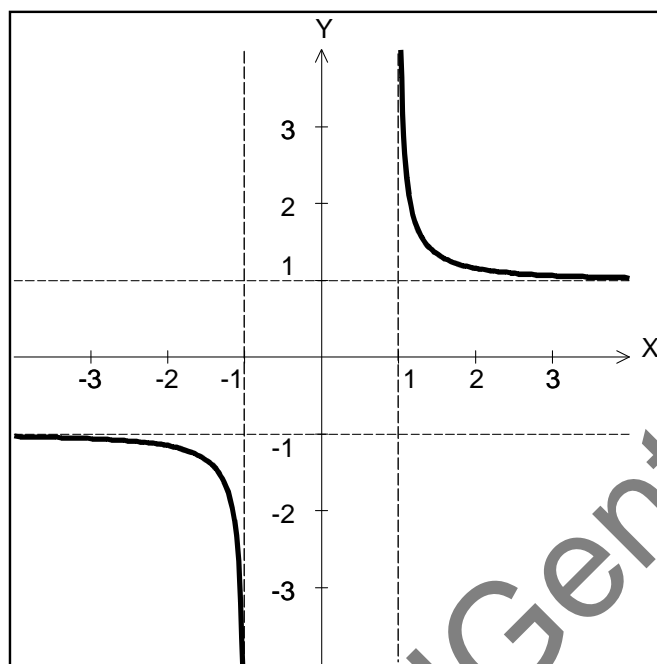
- 11) $\text{dom } f = \mathbb{R}_0$; V.A. : $x = 0$, H.A. : $y = 0$ (links) ; $m(1, e)$; $f'(x) = \frac{e^x(x-1)}{x^2}$;
 $f''(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x + 2)}{x^3}$



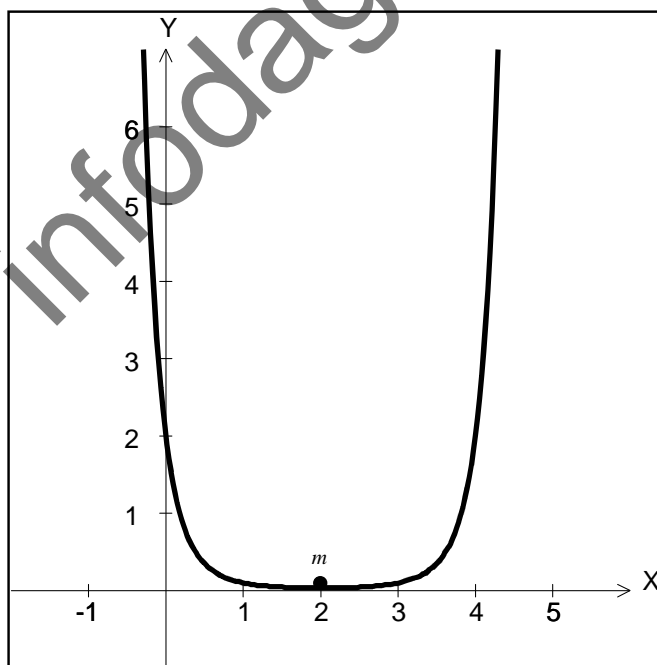
- 12) $\text{dom } f = \mathbb{R}_0^+$; geen asymptoten; $m(\frac{1}{e}, -\frac{1}{e})$; $f'(x) = 1 + \ln x$; $f''(x) = \frac{1}{x}$



- 13) $\text{dom } f =]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$; V.A. : $x = -1$ (links) en $x = 1$ (rechts), H.A. : $y = -1$ (links) en $y = 1$ (rechts); $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{(x^2 - 1)^3}}$; $f''(x) = \frac{3x}{\sqrt{(x^2 - 1)^5}}$



- 14) $\text{dom } f = \mathbb{R}$; geen asymptoten; $m(2, \frac{2}{e^4})$; $f'(x) = 4(x - 2)e^{x^2 - 4x}$; $f''(x) = 4(2x^2 - 8x + 9)e^{x^2 - 4x}$



Oefening 3.12.

Afname in opbrengst: 950 (benadering), 1026 (exact).

Oefening 3.13.

$$p \approx 10,05$$

Oefening 3.14.

1) $y = \frac{15x - 6}{5x - 3}$

2) $y = \frac{1}{3}$

3) $y = \frac{x}{x - 7} - \frac{2x^2}{x^2 - 3}$

4) $y = \frac{8x^2}{x^2 + 1}$

5) $y = -\frac{(2ax + b)x}{ax^2 + bx + c}$

6) $y = \frac{32x^2}{(16x^2 - 3) \ln(16x^2 - 3)}$

7) $y = 2x^2 \cos(x^2 - 3)$

8) $y = 1 + \frac{1}{\ln x}$

9) $y = \frac{6x^2}{(9x^4 + 1) \operatorname{Bgtan}(3x^2)}$

10) $y = \frac{2x^2}{x^2 - 6} - x \cot x$

11) $y = \frac{18x^3 - 6x^2 + 4x}{6x^3 - 3x^2 + 4x + 7}$

12) $y = \frac{3x + 6}{x + 3}$

13) $y = -\frac{x^2 + 9}{x^2 + 3}$

14) $y = -\frac{1}{2}$

15) $y = \frac{4(15x^3 + 8)}{3x^3 + 4}$

16) $y = \frac{4x^2}{x^2 + 4} + \frac{18x^3}{2x^3 - 1}$

17) $y = \frac{x(x + 3)}{x^2 + 6x + 3}$

18) $y = 3 + \frac{7(10x^5 - 3\sqrt{x})}{2(x^5 - 3\sqrt{x})}$

19) $y = 2(\ln 7)(14x + 9)x^3$

20) $y = \frac{2x^2}{\sin x^2 \cos x^2}$

21) $y = 2 + x \cot x$

22) $y = 2x^2$

23) $y = \frac{x \cot x}{\ln(\sin x)}$

24) $y = -1 - x \tan x$

Oefening 3.15.

$$y = \frac{aNCte^{-aNt}}{Ce^{-aNt} + 1}$$

Oefening 3.16.

$$\varepsilon_q(p) = a - bp$$

Oefening 3.17.

1) $\varepsilon_q(p) = -\frac{p}{180 - 2p}$

2) Afname van de corresponderende vraag met 0,25%.

3) Afname van de corresponderende vraag met 1,25%.

4) $\varepsilon_q(p) = -1 \Leftrightarrow p = 60$. De opbrengst is maximaal bij $p = 60$.

Oefening 3.18.

Economisch betekenisvol domein van de vraagfunctie: $\left[0, \sqrt{\frac{b}{c}}\right]$

$$\varepsilon_q(p) = -\frac{cp^2}{b - cp^2}$$

De vraag is inelastisch op $\left[0, \sqrt{\frac{b}{2c}}\right]$ en elastisch op $\left[\sqrt{\frac{b}{2c}}, \sqrt{\frac{b}{c}}\right]$

Oefening 3.19.

$$\varepsilon_V(2) = -\frac{1}{10}$$

Oefening 3.20.

Snijpunt met de p -as in $p = 20$.

Vergelijking raaklijn: $q = 30 - \frac{3}{2}p$.

infodag UGent