

## Master thesis onderwerp

titel: **Numeriek wiskundige studie en uitbreiding van een 2DH geïdealiseerd model voor identificatie en stabiliteit van morfodynamische evenwichten in getijgedreven bekkens**

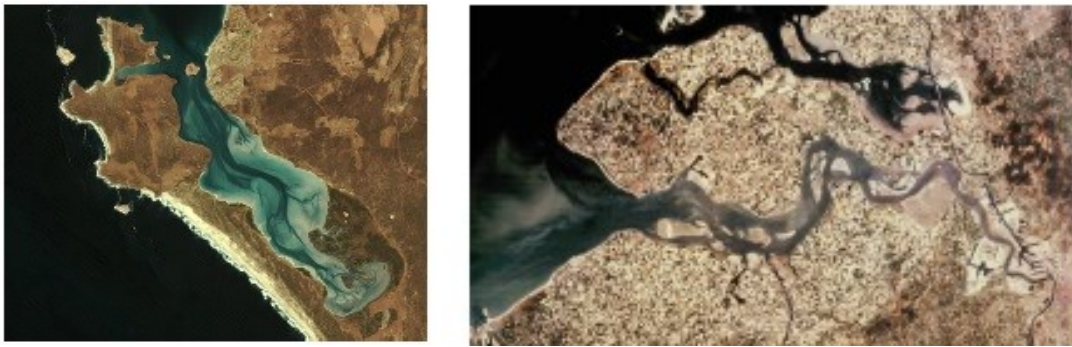
promotoren: prof. Tom De Mulder (EA15, Labo voor Hydraulica, vakgroep Civiele Techniek) en Dr. Karel Van Bockstal (EA06, onderzoeksgroep Numerieke analyse en Wiskundige modellering)

begeleider: Tian Qi, MSc (EA15)

contact: [TomFO.DeMulder@UGent.be](mailto:TomFO.DeMulder@UGent.be) ; [Karel.VanBockstal@UGent.be](mailto:Karel.VanBockstal@UGent.be) ; [Tian.Qi@UGent.be](mailto:Tian.Qi@UGent.be)

## Achtergrond:

Getijgedreven bekkens komen wereldwijd voor in kustgebieden (bekkens in waddenkusten en estuaria). Hun morfologie (i.e. de vorm van de bedding) wordt gekarakteriseerd door een complex patroon van geulen en platen, als resultaat van de interactie tussen de waterbeweging, het sedimenttransport en de bodemevolutie.



*Morfologie van de Langebaan lagoon (Zuid-Afrika) en het Schelde-estuarium (Nederland en België) met een duidelijk patroon van geulen en platen*

Waarnemingen geven aan dat de beddingvorm gevoelig is aan natuurlijke of door de mens geïnduceerde veranderingen (bijv. zeespiegelstijging, vaargeulverdieping, bagger- en stortactiviteiten,...). Zowel voor economische (bijv. scheepvaart naar de havens) als voor ecologische (bijv. vogels en andere soorten die zich voeden op de platen) redenen is er een sterke noodzaak om deze gevoeligheid te voorspellen.

Daarvoor zijn vandaag de dag verschillende types numerieke modellen beschikbaar.

Eenzijds zijn er de zogenaamde complexe, proces-gebaseerde modellen (zoals bijv. Delft3D en Telemac) die alle fysische processen en geometrische details meenemen bij het voorspellen van de hydrodynamische en morfodynamische evolutie van getijsystemen. Deze modellen stappen in de tijd (al dan niet naar een morfodynamisch evenwicht) en vergen typisch grote rekentijden en produceren grote hoeveelheden data. De voornoemde eigenschappen zijn niet bevorderlijk voor het uitvoeren van grondige analyses, noch voor het opdoen van inzicht in de getijsystemen.

Anderzijds worden er zogenaamde geïdealiseerde modellen ontwikkeld, waarin enkel de meest relevante fysische processen en geometrische eigenschappen worden meegenomen in de wiskundige vergelijkingen. Dergelijke modellen zijn uitermate geschikt voor exploratieve studies, waarin het net de bedoeling is om (fysisch) inzicht te verwerven, steunende op een groot aantal, rekentechnisch weinig kostelijke rekensommen.

In lopend doctoraatsonderzoek aan de UGent werd, in nauwe samenwerking met de TU Delft (Instituut voor Toegepaste Wiskunde), een geïdealiseerd model ontwikkeld, waarin het stappen in de tijd geëlimineerd wordt door toepassing van een modale analyse met harmonische componenten. De dieptegemiddelde-stroming wordt beschreven door de 2DH Saint-Venant-vergelijkingen, de concentratie aan zwevende sedimenten door een diepte-geïntegreerde 2D transportvergelijking en de bodemevolutie door een Exner-vergelijking. De ruimtelijke discretisatie van de partiële differentiaalvergelijkingen maakt gebruik van de eindige elementen methode (EEM), op basis van het pakket FEniCS en roostergenerator Gmsh. De software van het model is beschikbaar via het Zenodo repositorium, zie

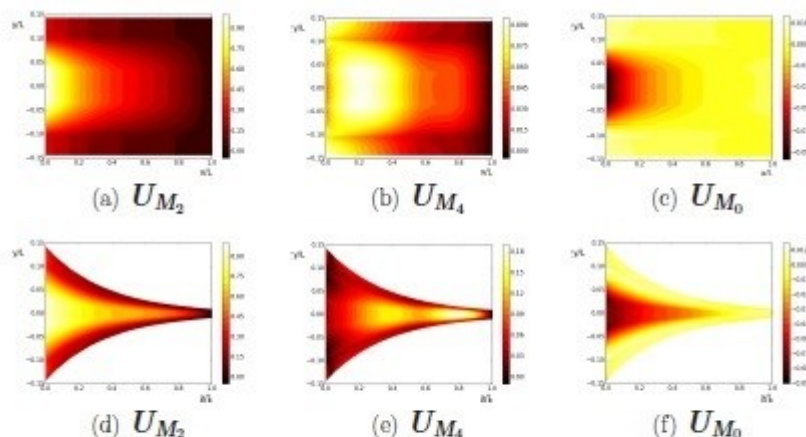
- <https://zenodo.org/record/3667480#.Xxdn53UzY5k>
- <http://doi.org/10.5281/zenodo.3667480>.

Het model is bedoeld om morfodynamische evenwichten van getijsystemen te berekenen. Deze evenwichten geven aan waar het systeem van nature naar toe wil evolueren ('attractors'), ook al wordt deze evolutie in praktijk verstoord door bijv. menselijke ingrepen.

Tot op heden gingen geïdealiseerde modellen vooral uit van getijsystemen met een sterk geschematiseerde geometrie in planzicht, zoals bijv. een rechthoek of een exponentieel vernauwend of verbredend rekendomein. Dankzij het gebruik van de EEM heeft het reeds uitgevoerde doctoraatsonderzoek de studies kunnen uitbreiden naar systemen met een meer realistische geometrie.

#### Publicaties van betrokken onderzoeksgroep:

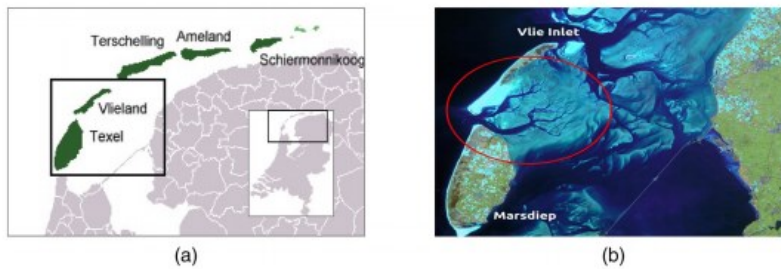
- Boelens, T., Schuttelaars, H., Schramkowski, G., & De Mulder, T. (2018). The effect of geometry and tidal forcing on hydrodynamics and net sediment transport in semi-enclosed tidal basins. *Ocean Dynamics*, 68(10), 1285-1309. (<http://hdl.handle.net/1854/LU-8576357>)



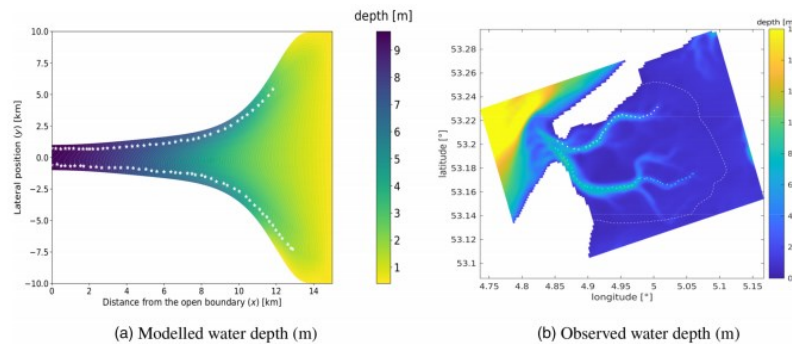
2D hydrodynamics along a straight and a converging tidal basin. (a) and (d) Amplitude of the semidiurnal tidal velocity ( $M_2$ ) [m/s]. (b) and (e) Amplitude of the quarter-diurnal tidal velocity ( $M_4$ ) [m/s]. (c) and (f) Residual velocity ( $M_0$ ) [m/s].

- Boelens, T., Schuttelaars, H., Plancke, Y., & De Mulder, T. (2020). Historical and future development of the tidally averaged transport of sandy sediments in the Scheldt estuary: a 2D exploratory model. *Ocean Dynamics*, 70(4), 481-504. (<http://hdl.handle.net/1854/LU-8653546>)

- Boelens, T. (2020). Depth-averaged idealised modelling of the hydro- and morphodynamics of tidal inlet systems and estuaries. PhD thesis, Universiteit Gent. Faculteit Ingenieurswetenschappen en Architectuur. (<http://hdl.handle.net/1854/LU-8670170>)
- Boelens, T., Qi, T., Schuttelaars, H., & De Mulder, T. (2021). Morphodynamic equilibria in short tidal basins using a 2DH exploratory model. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 126(3), e2020JF005555. (<http://hdl.handle.net/1854/LU-8701483>)



**Figure 1.** (a) Map of the Wadden Islands and the Dutch Wadden Sea (The Netherlands). (b) Satellite image of the part in the black rectangle in (a), taken from © CNES, Spot Image. The Eierlandse Gat, contained within the red circle, is located between the islands of Texel and Vlieland.



## Doelstellingen:

Afhankelijk van de voorkeur en de achtergrond van de student, kunnen één of meer van de hieronder opgelijste doelstellingen nagestreefd worden.

- (1) De student maakt een grondige vergelijking van verschillende types eindige elementen (Lagrange elementen van orde 1/2/enz., Raviart-Thomas elementen,...elementen met gekromde randen...) die gebruikt kunnen worden om de wiskundige vergelijkingen ruimtelijk te discretiseren. De meeste van deze elementen zijn reeds aanwezig in de code, terwijl voor andere bijkomende code-ontwikkeling nodig is. De vergelijking dient rekening te houden met de numerieke nauwkeurigheid, de efficiëntie en de numerieke stabiliteit (sommige elementen creëren fysisch niet zinvolle schommelingen).
- (2) De student analyseert en verbetert de interpolatie van de oplossing van een vorig probleem naar het rekenrooster van een nieuw en geometrisch licht verschillend probleem. Dit is een belangrijke stap in een continueringsproces om tot de oplossing van een gewenst probleem (met een gewenste geometrie en parameterwaarden) te komen, temeer daar de oplossing van het stelsel van niet-lineaire vergelijkingen momenteel gebruik maakt van de Newton-Raphson methode (toegepast op het niveau van de partiële differentiaalvergelijkingen), waarvoor een goede startoplossing noodzakelijk is.
- (3) De student breidt de code uit met alternatieve methoden (t.o.v. de Newton-Raphson methode) om het stelsel van niet-lineaire vergelijkingen op te lossen.

- (4) De student voert bifurcatie-analyses in de parameterruimte uit bij het bestuderen van morfodynamische evenwichten. In dit verband is het wellicht wenselijk om de code eerst uit te breiden met de zogenaamde pseudo-arclength continueringsmethode.
- (5) De student analyseert en optimaliseert de wijze waarop de modelvergelijkingen omgaan met zones in het rekendomein waar de waterdiepte klein wordt. Met name in de wrijvingsterm in de bewegingsvergelijkingen en de waterdiepteafhankelijke depositieterm van sedimenten wordt momenteel een plafonnering van de kleine waterdieptes toegepast.
- (6) De student maakt een grondige vergelijking van verschillende iteratieve methoden om de (gelineariseerde) stelsels van algebraïsche vergelijkingen op te lossen. De beschikbare code maakt nu gebruik van een directe solver. Door gebruik te maken van de PETCs bibliotheek kan de numerieke performantie van verschillende iteratieve methoden (inclusief preconditioning technieken) onderzocht worden.

Voor alle hierboven opgesomde doelstellingen is het uiteraard vereist dat de student zich inwerkt in de desbetreffende literatuur en in de broncode van het model.

Studenten met interesse in een stage of vakantiejob gerelateerd aan bovenstaande onderwerpen kunnen ook contact opnemen.